

# 計測メモ

## ●SI単位と従来単位(重力単位)換算係数

量	SI単位	重力単位
力	N	kgf
	1	$1.01971621 \times 10^{-1}$
	9.806650	1
応力	Pa	kgf/mm <sup>2</sup>
	1	$1.01971621 \times 10^{-7}$
	$9.806650 \times 10^6$	1
圧力	Pa	kgf/cm <sup>2</sup>
	1	$1.01971621 \times 10^{-5}$
	$9.806650 \times 10^4$	1
トルク	N・m	kgf・m
	1	$1.01971621 \times 10^{-1}$
	9.806650	1
仕事 エネルギー	J	kgf・m
	1	$1.01971621 \times 10^{-1}$
	9.806650	1
動力・仕事(工)率	W	PS
	1	$1.359619 \times 10^{-3}$
	735.5001658	1

## ●工業材料の機械的性質

材 料	縦弾性係数 E (GPa)	横弾性係数 G (GPa)	引張強さ (MPa)	ポアソン比 $\nu$
炭素鋼 (C0.1~0.25%)	205	78	363~441	0.28~0.3
φ (C0.25%以上)	206	79	471~569	0.28~0.3
ばね鋼 (焼き入れ)	206~211	79~81	588~1667	0.28~0.3
ニッケル鋼	205	78	549~657	0.28~0.3
鋳鉄	98	40	118~235	0.2~0.29
黄銅 (鋳物)	78	29	147	0.34
りん青銅	118	43	431	0.38
アルミニウム	73	27	186~500	0.34
コンクリート	20~29	9~13	—	0.1

## ●材料の線膨張係数

材 質	線膨張係数 (×10 <sup>-6</sup> /C)	材 質	線膨張係数 (×10 <sup>-6</sup> /C)
石英ガラス	0.4	ベリリウム	11.5
アンバー	1.1	普通鋼材	11.7
レンガ	3.0~5.0	インコネルX	12.1
タングステン	4.5	ニッケル	13.3
木材(目方向)	5.0	金	14.0
モリブデン	5.2	ステンレス鋼SUS304	16.2
ジルコニウム	5.4	ベリリウム銅	16.7
コパー	5.9	銅	16.7
コンクリート	6.8~12.7	黄銅	21.0
チタン合金	8.5	2024-T4アルミ	23.2
白金	8.9	2014-T4アルミ	23.4
ソーダガラス	9.2	マグネシウム合金	27.0
SUS631	10.3	鉛	29.0
SUS630	10.6	アクリル樹脂	約65~100
鋳鉄	10.8	ポリカーボネート	66.6
ニッケルクロムモリブデン鋼	11.3	ゴム	約77

## ●10のべき乗を表す接頭語

係 数	名 称	記 号	係 数	名 称	記 号
10 <sup>24</sup>	ヨタ	Y	10 <sup>-1</sup>	デシ	d
10 <sup>21</sup>	ゼタ	Z	10 <sup>-2</sup>	センチ	c
10 <sup>18</sup>	エクサ	E	10 <sup>-3</sup>	ミリ	m
10 <sup>15</sup>	ペタ	P	10 <sup>-6</sup>	マイクロ	μ
10 <sup>12</sup>	テラ	T	10 <sup>-9</sup>	ナノ	n
10 <sup>9</sup>	ギガ	G	10 <sup>-12</sup>	ピコ	p
10 <sup>6</sup>	メガ	M	10 <sup>-15</sup>	フェムト	f
10 <sup>3</sup>	キロ	k	10 <sup>-18</sup>	アト	a
10 <sup>2</sup>	ヘクト	h	10 <sup>-21</sup>	ゼプト	z
10 <sup>1</sup>	デカ	da	10 <sup>-24</sup>	ヨクト	y

## ●ひずみゲージによる測定例

### ■引張および圧縮応力の測定

#### (1) 1ゲージ法の場合

下図のように一方向から均一な荷重を受けている柱の表面に、荷重方向に軸を合わせてひずみゲージを1枚接着した場合の応力 $\sigma$ は次式で表わされます。

$$\sigma = \epsilon_0 \cdot E$$

$\sigma$ : 応力

$E$ : 縦弾性係数(ヤング率)

(「工業材料の機械的性質」参照)

$\epsilon_0$ : 指示ひずみ

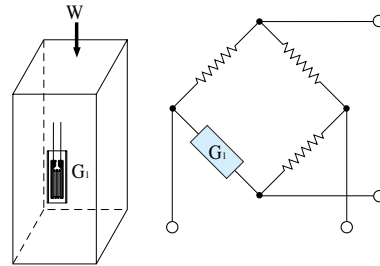
また

$$荷重(W) = A \cdot \sigma$$

$W$ : 材料に加えた荷重

$A$ : 材料の断面積

から求めることができます。

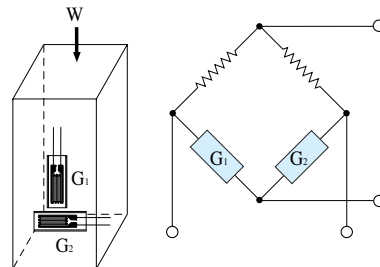


引張、圧縮応力の測定(1ゲージ法)

#### (2) 荷重方向と直角方向にひずみゲージを接着した場合(2ゲージ法)

図のように荷重方向と直角にもう1枚ひずみゲージを接着して、ブリッジの隣辺どうしに接続した場合、ポアソン比を $\nu$ とすれば、柱の表面応力 $\sigma$ は次式で表わされます。

$$\sigma = \frac{\epsilon_0}{1+\nu} \cdot E \quad \nu: \text{ポアソン比}$$



引張、圧縮応力の測定(2ゲージ法)

また曲げひずみ消去の目的で柱の対向面にもう1組の2枚のひずみゲージを接着して4ゲージ法とした場合には表面応力 $\sigma$ は次式ようになります。

$$\sigma = \frac{\epsilon_0}{2(1+\nu)} \cdot E$$

# 計測メモ

## ■曲げ応力の測定

### (1) 1ゲージ法の場合

図のように、一端を固定し他の一端に荷重Wを加えた矩形断面の片持ばりの表面に、ひずみゲージを1枚接着した場合、ひずみゲージ接着箇所の表面応力  $\sigma$  は

$$\sigma = \epsilon_0 \cdot E$$

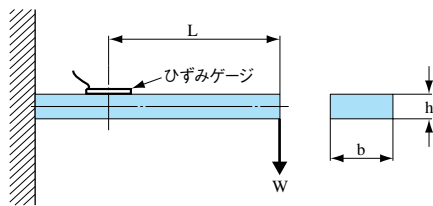
なお、ひずみ  $\epsilon_0$  の計算式は次式のようにになります。

$$\epsilon_0 = \frac{6WL}{Ebh^2}$$

b: はりの幅

h: はりの厚み

L: 荷重点からひずみゲージ中心までの距離



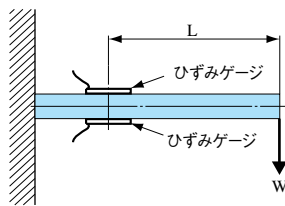
曲げ応力の測定 (1ゲージ法)

### (2) 2ゲージ法の場合

図のようにはりの表裏の対称位置に接着されたひずみゲージの出力は、絶対値が等しく、符号が逆になります。この2枚のひずみゲージをブリッジの隣辺どうしに接続すれば、曲げひずみに対するブリッジの出力は2倍になり、ひずみゲージ接着位置の表面応力  $\sigma$  は次式のようにになります。

$$\sigma = \frac{\epsilon_0}{2} \cdot E$$

2ゲージ法の場合では、はりの軸方向に加えられた力によるひずみゲージの出力は打ち消されます。



曲げ応力の測定 (2ゲージ法)

## ■はりのひずみの計算式

はりのひずみ ( $\epsilon_0$ ) は

$$\epsilon_0 = \frac{M}{ZE}$$

で求められます。

M: 曲げモーメント (表1参照)

Z: 断面係数 (表2参照)

E: 縦弾性係数

(「工業材料の機械的性質」参照)

はりの形状と曲げモーメント M および断面係数 Z の代表例を表1、表2に示します。

表1: 曲げモーメントの計算式 (代表例)

はりの形状	曲げモーメントM
	$M = WL$
	$0 \leq L \leq \frac{l}{2} \rightarrow M = \frac{Wl}{2} \left( \frac{1}{4} - \frac{L}{l} \right)$ $L = 0 \quad L = \frac{l}{2} \rightarrow M = \pm \frac{Wl}{8}$ $\frac{l}{2} \leq L \leq l \rightarrow M = \frac{Wl}{2} \left( \frac{L}{l} - \frac{3}{4} \right)$
	$0 \leq L \leq \frac{l}{2} \rightarrow M = -\frac{WL}{2}$ $L = \frac{l}{2} \rightarrow M = -\frac{Wl}{4}$ $\frac{l}{2} \leq L \leq l \rightarrow M = \frac{W(l-L)}{2}$
	$0 \leq L \leq l_1 \rightarrow M = WL$ $l_1 \leq L \leq (l_1 + l_2) \rightarrow M = Wl_1$

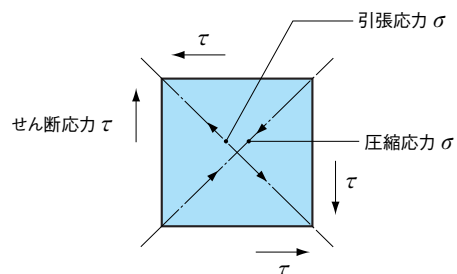
表2: 断面係数の計算式 (代表例)

断面の形状	断面係数Z
	$\frac{1}{6} bh^2$
	$\frac{1}{6} \cdot \frac{b(h^3 - h_1^3)}{h^2}$
	$\frac{\pi}{32} d^3$
	$\frac{\pi}{32} \cdot \frac{d_2^4 - d_1^4}{d_2}$

## ■軸のねじれとせん断応力の測定

軸をねじるとせん断応力  $\tau$  が発生し、同時に軸線を45°傾斜した2方向には、せん断応力と等大の引張および圧縮の応力が発生します。

軸のねじり (単純せん断応力状態) におけるひずみゲージによるひずみ測定は、せん断ひずみを直接測定しているのではなく、同時に発生する引張または圧縮応力により生じた引張ひずみまたは圧縮ひずみを検出しています。軸の表面の微小部分を取り出し、その応力の状態を図示すれば、下のようになります。



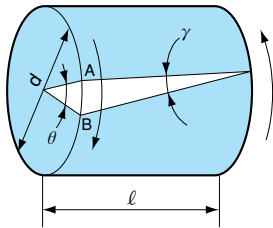
# 計測メモ

せん断ひずみ  $\gamma$  は下図のように定義され、その大きさは

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \text{ となります。}$$

G：横弾性係数（「工業材料の機械的性質」参照）

$\tau$ ：せん断応力



軸をねじることにより、A点がB点へ移動し、ねじれ角  $\theta$  を生じます。

$$\theta = \frac{\ell \gamma}{\left(\frac{d}{2}\right)} = \frac{2\ell \gamma}{d}$$

## (1) 1ゲージ法による応力測定

ねじりの与えられている軸の軸線と45°傾いた方向にひずみゲージを接着します。得られたひずみ  $\epsilon_0$  と応力  $\sigma$  の関係は、以下の式ようになります。求める応力（引張または圧縮） $\sigma$  は

$$\sigma = \frac{\epsilon_0 \cdot E}{1 + \nu}$$

$\epsilon_0$ ：指示ひずみ

E：縦弾性係数（「工業材料の機械的性質」参照）

$\nu$ ：ポアソン比

$\sigma$  とせん断応力は等大ですから、せん断応力  $\tau$  は

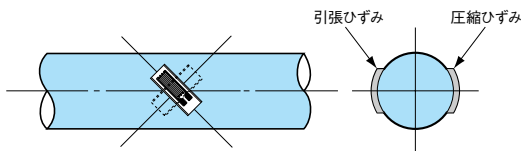
$$\tau = \sigma \text{ となります。}$$

## (2) 2ゲージ法、4ゲージ法による応力測定

各ひずみゲージには大きさの等しいひずみが発生していますから、これらのゲージ法でブリッジを組めば2倍、4倍の出力が得られます。

したがって読み取ったひずみを1/2、1/4倍して応力を計算してください。

なお、軸ひずみの計測では、曲げモーメントによるひずみを除去する意味で2ゲージ法、4ゲージ法が採用されます。引張ひずみと圧縮ひずみを検出するひずみゲージは、下図のように軸心を対称に相対するように配置されます。



## (3) トルク計測への応用

軸表面のひずみと軸に加えられたトルクとは比例しますから、表面ひずみを知ってトルクを求めることができます。

軸の横断面に分布するせん断応力と加えたトルク(T)とが平衡し次式が得られます。

$$T = \tau \cdot Z_p$$

$Z_p$ ：極断面係数

この式を引張ひずみの式に書き直しますと

$$T = \frac{\epsilon_0 \cdot E \cdot Z_p}{1 + \nu} \text{ となります。}$$

極断面係数は軸の断面形状に固有のもので、下表のようになります。

断面形状	極断面係数 $Z_p$
	$\frac{\pi d^3}{16}$
	$\frac{\pi}{16} \left( \frac{d_2^4 - d_1^4}{d_2} \right)$

前述の  $\epsilon_0$  と T の関係式を使いますと、ひずみゲージを使ったトルク計の設計ができます。

使用する素材に許容される応力から  $\epsilon_0$  を求め、加えられるトルクの大きさに見合った軸の太さ d を決定すればよいことになります。あとは、ひずみ出力をひずみ測定器で増幅し、出力電圧を計測器で読み取ります。